

Diagnostiska uppgifter på diverse matematiska grundkunskaper.

1. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$. Beräkna $\frac{df}{dx}$

2. $f(x) = e^{9x}$. Beräkna $\frac{df}{dx}$

3. $f(x) = e^{x^2}$. Beräkna $\frac{df}{dx}$

4. $f(x, y) = x^2 + 2xy - \ln y$. Beräkna $\frac{\partial f}{\partial x}$ och $\frac{\partial f}{\partial y}$.

5. $f(x, y, z) = r$. $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Beräkna $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial f}{\partial z}$.

6. Beräkna $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$

7. Taylorutveckla $\frac{\sin ax}{x}$. Vad blir uttrycket om x är "litet"?

8. $f(x) = \ln(\sin(x^3))$. Beräkna $\frac{df}{dx}$

9. $f(x, y, z) = 7x^2 - 5xy + z$. Beräkna de partiella derivatorna

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

10. $f(x) = x \ln x$, $x = e^{2t} + \ln t$. Beräkna $\frac{df}{dt}$.

11. $f(x, y, z) = 7x^2 - 5xy + z$, $x = \ln t$, $y = 1/t$, $z = t^2$. Beräkna $\frac{df}{dt}$ dels genom

att sätta in vad x, y, z är uttryckt i t och derivera direkt, dels genom att använda kedjeregeln

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

12. $f(x, y) = x^2 + 2xy - \ln y$. $x = e^{2t}$, $y = \sin t$. Beräkna $\frac{df}{dt}$ dels direkt med

kedjeregeln, dels genom att sätta in uttrycken för x och y respektive och derivera direkt. Kontrollera att resultaten överensstämmer.

Visa genom att använda $e^{3ix} = (e^{ix})^3$ en formel för $\sin 3x$ uttryckt i enklare trigonometriska funktioner.

13. Vi har två matriser $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 9 & 8 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$. Beräkna matrisprodukterna

AB och BA .

14. Vi har två matriser $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B = (9 \ 8)$. Beräkna matrisprodukterna AB och BA .

15. Beräkna determinanten av matrisen $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Beräkna egenvärdena till A .